Halve cirkel

11 maximumscore 4

- Een vergelijking van c is $(x-1)^2 + y^2 = 2^2$ (en hieraan voldoen de coördinaten van P) 1
- Voor de coördinaten van P geldt $x^2 + y^2 = \left(2\frac{1}{2}\right)^2$ 1
- Uit het stelsel van deze twee vergelijkingen volgt $4 + 2x - 1 = 6\frac{1}{4}$ (of een andere juiste lineaire vergelijking) 1
- De x-coördinaat van P is $1\frac{5}{8}$ 1

of

- $OP = 2\frac{1}{2}$, $MP = 2$ en $OM = 1$, waarbij M het middelpunt van c is 1
- De cosinusregel in driehoek OMP geeft $2^2 = 1^2 + \left(2\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2\frac{1}{2} \cdot \cos(\angle POM)$, dus $\cos(\angle POM) = \dfrac{2^2 - 1^2 - \left(2\frac{1}{2}\right)^2}{-2 \cdot 1 \cdot 2\frac{1}{2}} = \dfrac{13}{20}$ 1
- Ook geldt $\cos(\angle POM) = \dfrac{x_P}{2\frac{1}{2}}$ 1
- Samen geeft dit $x_P = \left(\frac{13}{20} \cdot 2\frac{1}{2} =\right)\ 1\frac{5}{8}$ 1

12 maximumscore 5

- Uit de gelijkvormigheid van driehoek BRO en driehoek BSA (want $\angle BRO = \angle BSA$ en $\angle OBR = \angle ABS$) (en $AB = 4$ en $OB = 3$) volgt dat de zijden van driehoek BSA $\frac{4}{3}$ keer zo lang zijn als de zijden van driehoek BRO 1
- Uit de stelling van Pythagoras in driehoek BRO volgt $BR = \sqrt{8}$ 1
- De oppervlakte van driehoek BRO is $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{8}$ $\left(= \frac{1}{2}\sqrt{8}\right)$ 1
- De oppervlakte van driehoek BSA is $\left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{8}$ 1
- De oppervlakte van vierhoek $AORS$ is $\left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{8} - \frac{1}{2}\sqrt{8} = \frac{7}{18}\sqrt{8}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Uit de gelijkvormigheid van driehoek BRO en driehoek BSA (want $\angle BRO = \angle BSA$ en $\angle OBR = \angle ABS$) (en $AB = 4$ en $OB = 3$) volgt dat de zijden van driehoek BSA $\frac{4}{3}$ keer zo lang zijn als de zijden van driehoek BRO 1
- Uit de stelling van Pythagoras in driehoek BRO volgt $BR = \sqrt{8}$ 1
- Dus $AS = \frac{4}{3}$ en $BS = \frac{4}{3}\sqrt{8}$ 1
- $RS = (\frac{4}{3}\sqrt{8} - \sqrt{8} =)\ \frac{1}{3}\sqrt{8}$ 1
- De oppervlakte van vierhoek $AORS$ is $\frac{1+\frac{4}{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{8} = \frac{7}{18}\sqrt{8}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- De verdeling van vierhoek $AORS$ in driehoek AOQ en rechthoek $QORS$, met Q de loodrechte projectie van O op AS 1
- Uit de gelijkvormigheid van driehoek BRO en driehoek OQA (want $\angle BRO = \angle OQA$ en $\angle OBR = \angle AOQ$) (en $OB = 3$ en $AO = 1$) volgt dat de zijden van driehoek OQA $\frac{1}{3}$ keer zo lang zijn als de zijden van driehoek BRO 1
- Dus $AQ = \frac{1}{3}$ 1
- Uit de stelling van Pythagoras in driehoek OQA volgt $OQ = \sqrt{\frac{8}{9}}$ 1
- De oppervlakte van vierhoek $AORS$ is $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{8}{9}} + 1 \cdot \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{7}{6}\sqrt{\frac{8}{9}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Uit de stelling van Pythagoras in driehoek BRO volgt $BR = \sqrt{8}$ 1
- $\sin(\angle OBR) = \frac{1}{3}$ en $\cos(\angle OBR) = \frac{1}{3}\sqrt{8}$ 1
- $AS = 4 \cdot \sin(\angle OBR) = \frac{4}{3}$ en $BS = 4 \cdot \cos(\angle OBR) = \frac{4}{3}\sqrt{8}$ 1
- $RS = (\frac{4}{3}\sqrt{8} - \sqrt{8} =)\ \frac{1}{3}\sqrt{8}$ 1
- De oppervlakte van vierhoek $AORS$ is $\frac{1+\frac{4}{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{8} = \frac{7}{18}\sqrt{8}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

–